I. מערכות של משוואות לינאריות

יהי F שדה.

הערה: איבר בשדה נקרא סקלר

# הגדרה

יהיו , n+1 סקלרים, המשוואה נקראת משוואה לינארית במשתנים

## דוגמה

משוואה לינארית ב מעל

# הגדרה

יהי משוואה לינארית מעל F(), אוסף של n סקלרים נקרא פתרון פרטי למשוואה אם

# הגדרה

יהי משוואה ליניארית. אוסף של כל הפתרונות הפרטיים נקרא פתרון כללי. פתרון כללי הוא כל האוספים(קבוצה) של N סקלרים מסודרים כך ש

# דוגמה

## מקרה 1

נניח ש נחלק ב ונקבל .

זה אומר שאפשר לכתוב פתרון כללי:

## מקרה 2

נניח ש אבל . נקבל , לכן הפתרון הכללי הוא

## מקרה 3

נניח ש וגם . נקבל . פתרון כללי הוא

## מקרה 4

ו. פתרון כללי הוא

# הערה

: נקראים מקדמים של המשוואה(או קבועים). נקרא הקבוע החופשי.

# הגדרה

יהי F שדה. מערכת של m משוואות בn משתנים היא

פתרון פרטים של המערכת זה אוסף של n סקלרים מסודרים כך ש מתקיים לכל

פתרון כללי זה אוסף של כל הפתרונות הפרטיים

איך פותרים מערכת משוואות?

# הגדרה

שתי מערכות של משוואות לינאריות מעל F באותו מספר משתנים נקראות שקולות אם יש להן אותו פתרון כללי

אלגוריתם הדירוג של גאוס(Gauss)

אפשר לשנות מערכת לשקולה על ידי פעולות "אלמנטריות" כך שבסוף מקבלים מערכת מופשטת.

מטריצות

יהי F שדה. מטריצה עם m שורות n עמודות זה אוסף של m\*n סקלרים :

השורה האינדקס הראשון, העמודה האינדקס השני

*אם A מטריצה mxn אזי ל נסמן ב את השורה ה של A:*

*ל נסמן ב את העמודה הj*

מטריצה של המערכת

אם אזי מטריצה נקראת מטריצה מורחבת של המערכת(סדר של M הוא mx(n+1)) ומטריצה נקראת מטריצה מצומצמת של המערכת(סדר של A הוא mxn)

מטריצות מדורגות

מטריצה נקראת מדורגת אם היא מהצורה כלומר מתחת למדרגות כל האיברים הם 0. כל הקפיצות הן בשורה אחת

# דוגמה

היא מטריצה מדורגת

*אינה מדורגת שכן יש קפיצה של שתי שורות בהתחלה*

הגדרות למטריצה מדורגת

# איבר מוביל

האיבר הראשון (משמאל לימין) השונה מאפס בשורה הנתונה נקרא איבר מוביל(של השורה).

# מטריצה מדורגת

מטריצה A היא מטריצה מדורגת אם האיבר המוביל בכל שורה נמצא ממש ימינה מהאיברים המובילים של השורות הקודמות.

פתרון של המערכת(מדורגת)

# הגדרה

אם למערכת משוואות אין פתרון אזי אומרים שיש סתירה כללית.

## הערה

נניח מטריצה מצומצמת של המערכת היא מדורגת. אם **ורק אם** למטריצה מורחבת יש שורה אזי למערכת יש סתירה פנימית*(קל לראות שהמשוואה היא )*

# הגדרה

יהי A מטריצה מצומצמת של המערכת. נניח שA היא מדורגת. משתנים הקשורים לעמודות עם איברים מובילים נקראים משתנים מובילים.

שאר המשתנים (שאינם מובילים) נקראים משתנים חופשיים.

# למשל

המשתנים מובילים ו חופשיים

# משפט

יהי A מטריצה מצומצמת של מערכת. נניח שA מדורגת ולמערכת אין סתירה פנימית. מתן ערכים שרירותיים עבור המשתנים החופשיים מגדיר פתרון בצורה יחידה.